

高中数学建模教学中的问题及解决途径

文 / 林中奖

摘 要：高中数学建模教学能够有效锻炼学生学以致用能力，而调查研究发现高中数学建模教学中存在一些问题，导致学生不能有效地建立正确的数学模型。为改变这一现状，高中数学教师应做好对以往数学建模教学过程的反思以及对经验教训的总结，以寻找有针对性的解决途径。

关键词：高中数学；建模教学；问题；解决途径

中图分类号：G427

文献标识码：A

文章编号：2097-1737(2023)12-0032-03

引 言

众所周知，数学建模是从数学视角出发，运用数学语言表征现实事物逻辑关系的一种思维活动^[1]。为保证数学建模活动的顺利开展，教师不仅需要储备相关的数学知识，还需要掌握数学建模的相关理论。在高中数学教学实践中，教师应充分认识到数学建模的重要性，做好数学建模教学规划，并结合具体教学内容制订实施细则，为建模教学活动的开展奠定坚实基础。

一、高中数学建模教学中的问题

（一）数学建模知识讲解不够系统

部分高中数学教师将数学建模和应用题解答混为一谈，将教学的重点放在如何运用数学知识解决相关的应用题上，在实践中，要么不讲解数学建模知识，要么讲解的数学建模知识不够深入。多数教师只是按照课本中的内容简单介绍数学建模，导致学生掌握的数学建模知识不够系统，应用时常常感觉力不从心，或者因忽略某一环节而得出错误结果^[2]。例如，制订一个“课下时间段学生体育锻炼考核”的评分制，需要构建每天得分 y 和每天锻炼时间 x （分钟）的模型。要求如下：（1）在区间 $(0, 90)$ 上为增函数；（2）每天参加运动时间为0，得分为0；（3）每天运动达标时间为30分钟，得分为3分；（4）每天最多得分不超过6分。

部分学生构建模型时只是单纯地从数学角度进行思考，未结合实际情况进行验证，结果构建了错误的数学模型。根据实际情况可知，随着学生锻炼时间的增加，其得分的增长是逐渐放缓的，因此，构建对数

类型的模型才更加符合题意。

（二）学生数学建模存在认知障碍

高中数学建模涉及的情境与人们的生活密切相关，其中一些情境会涉及一些术语^[3]。大多数学生因缺乏对社会时事的关注，对题目中的一些术语感到陌生，不理解其含义，进而无法判断需要构建的模型类型。例如当面对这样的题目：“王先生购买的股票A连续四个跌停，则至少需要几个涨停才能不亏损？（其中，跌停、涨停分别表示比前一天收市价下跌、上涨10%）”大部分学生缺乏股票知识，即便题干中给出“跌停”和“涨停”的概念，仍不能充分理解其含义，更不知道如何运用数学语言进行表达，导致无法构建出正确模型。

（三）学生无法找到参数逻辑关系

数学建模对学生提炼有用知识及分析问题的能力要求较高^[4]。部分学生会因问题情境的文字描述较多或对内容较为陌生，而不能迅速从中提炼出有用信息，无法找到参数之间的逻辑关系，无法构建对应的数学模型。例如：“某环线公交车内外线同时运行，内、外环线长均为30 km，不考虑两线的长度差异，要求内环线和外环线公交车平均速度分别为20 km/h，30 km/h。现内、外环线共有18辆公交车全部投入运营。不考虑公交车进站、出站，要使内外环线乘客的最长候车时间之差在1分钟以内，问内、外环线需各投入几辆公交车运行？当两线乘客候车最长时间之和最小时呢？”该情境虽然文字描述不多，但是一些学生对“内



外环线”并不了解，而且题干中参数之间的逻辑关系并不明显，所以学生读完题目后一头雾水，既无法判断模型类型，又不知道如何切入。

(四) 学生不注重数学建模方法总结

高中数学中需要通过构建模型解决问题的情境类型较多。学生提高数学建模水平，做好不同情境类型以及数学建模技巧的总结尤为重要。然而部分学生并未认识到总结的重要性，而是将时间放在做更多的题上，构建出数学模型并得出正确结果后便将习题放在一边，不进行总结，导致数学建模水平提升缓慢。

二、高中数学建模教学问题解决途径

(一) 做好建模理论知识的系统讲解

为了给学生数学建模活动的顺利开展奠定坚实的基础，教师在教学实践中应正确处理建模知识与数学知识传授之间的关系，将数学建模理论知识讲解融入教学活动，给学生带来无形的影响。

首先，做好教学规划，制订教学目标。教师在教学中应认真分析教学内容与数学建模知识之间的契合点，结合自身教学经验做好系统的教学规划。同时，结合教学进度制订教学目标，并将教学目标细化到每一个课时上，保证教学目标的顺利达成。

其次，注重课堂互动，严把教学质量。部分数学建模理论知识需要学生理解与记忆。在实践中为了防止学生产生枯燥感，进一步增强学生的学习体验，帮助学生更好地把握数学建模注意事项，教师要注重在课堂上围绕问题与学生积极互动，进一步加深学生对数学建模理论知识的印象，促使学生自觉地将理论知识作为数学建模的重要依据。

最后，给予学生引导，做好知识整理。教师在教学中要创设学生感兴趣的问题情境，引导学生参与数学建模的过程，总结数学建模的步骤，同时，预留时间让学生应用思维导图做好数学建模理论知识的归纳。

例如，“建立函数模型解决实际问题”的教学实践活动，要求学生首先自主完成课本内容的阅读与学习。学生通过学习不难得出数学建模需要在观察实际情景的基础上完成如下步骤：发现和提出问题—收集数据—分析数据—建立模型—检验模型—求解问题。之后，学生认真回顾所学数学模型，运用思维导图做好对不同数学模型特点的总结，以及呈现数学建模应注意的细节等，在头脑中形成系统的知识网络，为顺利构建数学模型，解决实际问题提供保障。

(二) 注重培养学生的语言理解能力

在高中数学建模教学中，为帮助学生克服认知障

碍，教师应注重培养学生的语言理解能力，这里的“语言”主要是数学语言。在实践中，教师应注重以下内容的认真落实。

其一，高中数学中的很多问题情境都来源于生活，在教学实践中要引导学生养成多关注生活、善于阅读的良好习惯。其中，学生关注生活时应具备从数学视角分析问题的意识，锻炼学以致用能力；开展阅读活动时应做好数学相关术语的积累，通过查阅资料搞清楚其含义，防止因对术语不熟悉而不能顺利建立数学模型。

其二，在数学建模活动中，熟练掌握数学语言是基础。因此，在实践中，教师应要求学生建立文字与数学语言之间的对应关系，以更好地寻找数学建模的切入点。如题目要求“制订的方案最合理”，往往就需要学生将其与数学中的最值问题对应起来，包括“利润最大值”“成本最小值”“最节省材料”等概念。

例如：图1中， l 是海岸线，点 P 为海中的一座观光小岛。旅游公司在海岸线选择两点 M 、 N 设置游客接待处。其中 P 、 M 、 N 中任意两点间的距离相等，均为20 km。同时，在 M 、 N 点之间设置游客集中处点 Q ，游客在该点乘坐游轮前往观光小岛。统计得知，将每批游客从 M 、 N 向 Q 点集中时分别需要发车2辆和4辆。每辆汽车每千米消耗的费用为20元，每艘游轮每千米消耗的费用为120元。设 $\angle PQM=\alpha$ 。

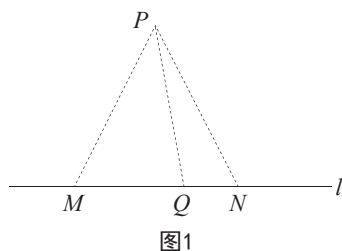


图1

该题目需要学生在阅读中建立其与所学数学知识之间的联系，提出合理的问题后构建相关模型。通过阅读可知，其是以三角形知识为背景的费用问题，可提出问题：点 M 、 Q 的距离为多远时，运输每批游客的总成本最低？在此基础上借助正弦定理不难构建出对应模型：设运输每批游客的总成本为 $f(\alpha)$ ，则根据题意，在 $\triangle MPQ$ 中， $\angle PMQ=\frac{\pi}{3}$ ， $\angle PQM=\alpha$ ，则 $\angle MPQ=\frac{2\pi}{3}-\alpha$ ，由正弦定理易得 $PQ=\frac{10\sqrt{3}}{\sin \alpha}$ ， $MQ=\frac{20 \sin(\frac{2\pi}{3}-\alpha)}{\sin \alpha}$ ， $QN=20-\frac{20 \sin(\frac{2\pi}{3}-\alpha)}{\sin \alpha}$ 。构建的函数模型为： $f(\alpha)=40MQ+80QN+120PQ=400\sqrt{3}(\frac{3-\cos \alpha}{\sin \alpha}+\sqrt{3})$ ， $\alpha \in (\frac{\pi}{3},$



$\frac{2\pi}{3}$)。借助导数知识不难求出当 $\sin\alpha = \frac{2\sqrt{2}}{3}$ 时 $f(\alpha)$ 的值最小, 此时, $MQ = 10 + \frac{5\sqrt{6}}{2}$ 。

(三) 加强学生数学建模思维训练

构建数学模型的关键在于通过读题明确参数之间的内在逻辑关系。教学实践中, 为使能够找到构建数学模型的关键, 教师应加强对数学建模思维的训练, 避免学生在建模过程中走弯路。一方面, 教师要结合自身教学经验做好数学建模经典例题的筛选, 尤其在讲解例题过程中多给学生预留思考的时间, 引导其寻找构建模型的思路, 参与到数学建模的过程, 进一步加深印象。另一方面, 教师要结合学生的现有知识储备, 积极组织其开展数学建模训练活动, 使其有效积累数学建模的相关思路, 养成良好的数学建模习惯, 树立数学建模的自信心。

以上述“公交车在内外环线运行”的题目为例。部分学生之所以无法构建相关数学模型, 主要是对公交车在环线运行的情境不熟悉。教师可以在课堂上设计以下问题帮助学生寻找数学建模思路: (1) 若内外环线均只有一辆公交车, 怎样表示对应线上乘客等车的最长时间? (2) 怎样表示内外环线乘客候车时间之差与和? (3) 构建模型时该怎样确定自变量范围?

学生通过画辅助草图, 经过思考, 就能够找到上述问题的答案: (1) 若内外环线上均只有一辆公交车, 则内外环线上乘客候车时间最长分别为 $\frac{30}{20} \times 60 = 90$ 、 $\frac{30}{30} \times 60 = 60$; 在题目中设内环线上投入的公交车为 x 辆, 则内外环线上乘客候车时间最长分别为 $t_1 = \frac{30}{20x} \times 60 = \frac{90}{x}$ 、 $t_2 = \frac{30}{30(18-x)} \times 60 = \frac{60}{18-x}$; (2) 乘客候车时间之差与和分别表示为 $|t_1 - t_2|$ 、 $t_1 + t_2$; (3) 考虑到内环线上不能没有公交车运行, 则对应的自变量范围为 $1 \leq x \leq 17$ 且 $x \in N^*$ 。最终, 学生构建以下两个函数模型:

$$f(x) = |t_1 - t_2| = \left| \frac{90}{x} - \frac{60}{18-x} \right| \leq 1, \quad (1 \leq x \leq 17 \text{ 且 } x \in N^*) \cdots (1)$$

$$u(x) = t_1 + t_2 = \frac{90}{x} + \frac{60}{18-x} = \frac{1620 - 30x}{18x - x^2}, \quad (1 \leq x \leq 17 \text{ 且 } x \in N^*) \cdots (2)$$

模型 (1) 属于含有绝对值的不等式模型, 通过整理不难得到 $\begin{cases} x^2 + 132x - 1620 \leq 0 \\ x^2 - 168x + 1620 \leq 0 \end{cases}$, 通过解不等式组确定几何自变量取值要求可得 $x = 11$, 即内外环线上运行的公交车数量分别为 11 辆和 7 辆。模型 (2) 需拼凑成对勾函数模型, 借助对勾函数性质可知, 当 $x = 10$ 时其和最小, 此时内外环线上运行的公交车数量分别为 10 辆、8 辆。

(四) 引导学生做好数学建模总结

在高中数学建模教学中, 为更好地提升学生的建模能力, 并使其充分认识到建模总结的重要性, 教师应给予学生有针对性的引导, 使其认真开展数学建模总结活动。在具体教学实践中, 教师可采用以下思路对学生进行引导。其一, 根据数学建模教学计划, 可预留一节课的时间, 通过提问学生有关数学建模理论知识的问题, 驱使主动回顾与归纳所学。同时, 要求学生结合自身回答问题的情况, 分析其中暴露出的数学建模知识漏洞, 并及时查漏补缺, 尤其要求学生围绕“数学建模”画出相关思维导图, 清晰而条理地整理理论知识。其二, 要求学生积极开展数学建模心得交流活动, 鼓励其相互分享数学建模经验, 总结不同数学模型对应的情境特点, 进而在以后的解题中根据题干中的关键词迅速判断对应的数学模型类型, 并基于对情境逻辑关系的分析完成数学模型的构建。

以数列模型为例, 高中数学中的数列模型包含等差数列模型、等比数列模型, 在实践中要求学生总结数列模型的特点。通过总结我们不难发现, 当问题情境中含有“多”“少”等字眼时, 通常需要构建等差数列模型; 当问题情境中含有“倍”、百分数时, 通常需要构建等比数列模型。当确定模型类型后, 学生找到首项、公差或公比, 便能顺利地构建对应的数列模型。

结 语

在高中数学建模教学中, 为保证教学目标的顺利达成, 教师不能满足现状, 应做好自身教学经验的总结, 分析教学过程中存在的问题, 找到症结所在并做出相应的改善; 同时, 针对存在的问题及时查阅资料, 向经验丰富的教师请教, 积极与同事沟通交流, 寻找解决途径, 做好细节上的优化。

[参考文献]

- [1] 田银. 高中数学建模教学的意义及策略[J]. 教育科学论坛, 2022(16): 56-58.
- [2] 刘洋. 高中数学建模教学中的语言表达能力的培养[J]. 数学教学通讯, 2022(15): 52-53.
- [3] 韩玉灿. 新课程背景下高中数学建模教学的研究[J]. 中学数学, 2022(03): 76-77.
- [4] 林位明. 基于新课程背景下高中数学建模教学研究[J]. 高考, 2022(05): 42-44.

作者简介: 林中奖 (1981.3-), 男, 福建莆田人, 任教于福建省莆田第二中学, 一级教师, 本科学历。

