

基于 STEM 的高中数学建模类研究性学习课程设计

文 | 梁 燕 刘诗婷 黄巧红 张 雨

摘要: 数学建模和 STEM 教育均强调跨学科学习和在真实世界中进行问题实践, 两者相融合可为学生创新能力培养提供新思路。首先, 本研究分析梳理了目前 STEM 课程面临的困境, 并结合高中学生的特征, 设计了“基于 STEM 的高中数学建模类研究性学习”课程。其次, 本课程以研究性学习为主导, 提出了“四阶段教学模式”, 并以具体建模论文作品作为案例进行了教学实践。最后, 借助数据分析工具对在课程开设前后调研的数据进行分析, 结果显示学生的数学建模素养和 STEM 相关技能均有所提升。因此, 本课程可为跨学科研究性学习课程设计开发提供案例参考和经验借鉴。

关键词: STEM 教育; 数学建模; 研究性学习; 教学模式

近年来, STEM 课程主要以科学课、综合实践活动、动手操作课等形式在中小学课堂开展^[1]。大部分课程对软硬件设备、师资力量、社会支持等依赖性较强, 教学资源相对缺乏, 教师对 STEM 教学容易缺乏信心。其中, 部分课程对基础科学知识学习和科学探究能力培养重视不够, 且容易进入编程化、工具化和操作化的技术误区^[2]。教师在 STEM 教学方法与教师专业内容综合实践方面仍存在一定困难。因此, 开发普适性和知识性更强的 STEM 课程具有一定的可行性与价值性。

数学作为 STEM 教育中的基础学科, 理解和应用一定的数学知识后再进行科学探究实践, 对提升学生问题解决和创新能力具有积极意义。数学建模作为高中数学六大核心素养之一, 重点关注用数学语言表达现实问题、用数学方式抽象问题和用数学手段解决问题等, 可促进学生进一步理解运用教材中的数学知识^[3]。数学建模作为 STEM 教育的桥梁, 将数学建模、STEM 和研究性学习三者相结合, 不仅可以培育学生数学建模的素养, 还有助于学生解决跨学科、复杂综合的真实问题, 探索数学、科学与技术的联系, 激

发学生学习兴趣。

基于此, 本研究以学生数学建模素养培养为目标, 以问题解决和实践创新为导向, 设计了基于 STEM 的高中数学建模类研究性学习课程, 探索了数学建模研究性学习教学模式, 并基于该模式进行了教学实践。为验证学习效果, 教师在课程开设前和结束后两阶段, 对学生进行了对比调研分析。

一、课程设计

我校在高一、高二学段以校本选修课方式开设本课程。教师以提升学生的创新和自主学习能力为课程教学目标, 通过研究性学习方式的教学, 将 STEM 理念贯穿整个课程学习环节。

(一) 学习者特征分析

学习者是教学的主体, 为达到课程目标, 分析学习者特征对教师制订教学方案和调整教学策略至关重要。针对数学建模教学环境, 本研究从学习者生理和心理层面的 5 个维度进行分析。

知识基础: 在编程知识方面, 高中学生已经掌握了基本的 Python 编程语法和算法结构, 如顺序结构、选择结构、循环结构、数组等知识;

具备根据问题设计算法的能力，可为学习其他编程语言（MATLAB、R 等）或者建模软件（SPSS 等）提供编程基础。数学知识方面，高中学生已经会运用基本的函数、导数等知识，已具备学习层次分析、灰色关联分析等基本数学模型相关知识基础。

认知能力：该课程的授课对象为高一、高二学生，年龄分布在 15~17 岁之间。根据皮亚杰的认知发展理论，他们正处于形式运算阶段。该阶段学生的认知特点表现为，能够根据逻辑推理、归纳或者演绎的方式解决问题，能够理解符号的意义，并且思维具有了可逆性、补偿性和灵活性。

数学创造性思维：高中阶段的学生已具备一定的逻辑推理能力，思维活跃、注重观察和实践，能够对数学知识进行创新应用。该阶段的学习注重发展学生的发散思维，指导学生突破固有的知识结构和框架。学生具备数学建模模型相关算法和模型构建的能力。

动机水平：高中学生具有活跃的思维活动，对数学建模有一定的兴趣；其思维具有可逆性，会从多角度分析问题，具备创造性地解决问题的能力。其认知驱动力和自我提高内驱力较强。

学习风格：本课程采用研究性学习的方式，每个模块设置一个研究任务，让学生能够将所学数学模型学以致用。在研究过程中，学生需要综合考虑数学、物理、英语、美术和编程等知识，团队协作共同完成研究作品。根据 Kolb 学习风格模型，学生更倾向于从实践操作中学习知识，属于调适型学生。

（二）内容设置

结合相关学者对数学建模研究性学习课程相关内容设计的研究，本课程着重考虑以下三点：数学建模教学特点和高中学生思维习惯；学生实际数学、英语、编程等知识基础；相关课程教学目标和教学效果。

因此，教师基于上述要求最终确定课程内容（如图 1）。

本课程由 6 个单元组成（见表 1）。模型部分共涉及权重计算、综合评价和预测模型三大类。模型选取案例多为《数学建模算法与应用》等书籍中简单成熟且符合高中学生知识水平的作品。最后再讲述实践探究与论文撰写的一般过程。

第一单元为“揭秘数学建模”。本单元中，教师首先介绍数学建模的思想和解题步骤，并以“开枪打鸟”的案例揭开数学建模的神秘面纱。其次，介绍数学建模常用软件，如 SPSS、MATLAB、Python 等。由于学生已经具有一定编程基础，课程以 MATLAB 为例，简要介绍其编程基本语法和选择、循环、判断三大结构简单案例。最后，重点讲授回归、拟合和插值法等绘图格式和方式。创新任务为学生绘制本单元知识点思维导图。

第二单元为“权重计算模型之层次分析法”。教师首先从层次分析法的原理入手，讲解判断矩阵、矩阵一致性检验等数学基础知识。其次，以 MATLAB 为例，讲解层次分析法核心代码编写。最后，引入案例“选择合理游玩地点”，通过分析影响游客选择旅游地点的因素，采用层次分析法对各因素的权重进行计算，获得选择游玩地点的最佳方案。创新任务为学生自主完成层次分析法论文撰写。

第三单元为“综合评价模型之灰色关联分析”。首先，教师介绍灰色关联分析模型的关联度计算等数学原理；其次，讲述其编程实现流程；



图 1 课程内容知识地图

表1 课程内容设置

单元	学习任务	STEM 知识与技能	创新任务
揭秘数学建模 3 小时	认识数学建模——开枪打鸟案例	1. 数学：数学公式、函数相关原理 2. 科学与技术：编程实现相关数学公式计算或对数据进行回归、拟合、插值绘图等 3. 艺术：绘图样式设置	完成本单元知识点思维导图绘制
	MATLAB、SPSS 等软件的简单使用以及基于 MATLAB 的简单编程知识		
权重计算模型之层次分析法 4 小时	层次分析法原理	1. 数学：判断矩阵、矩阵一致性检验、一致性指标与一致性比例计算的相关数学原理 2. 技术：编程实现层次分析法计算各因素权重	能自己编写层次分析法代码，并完成层次分析法论文
	层次分析法编程实现		
	层次分析法运用——选择合理的游玩地点		
综合评价模型之灰色关联分析 6 小时	灰色关联分析原理	1. 数学：矩阵计算、子序列与母序列选取、关联系数与灰色关联度计算、多元回归与灰色关联分析的适用范围	能自己编写灰色关联分析法代码，并完成灰色关联分析论文撰写
	灰色关联分析编程实现	2. 技术：编写灰色关联分析法代码 3. 工程：完成评价河流水质情况 App 设计	
	灰色关联分析案例——分析产业对 GDP 的影响程度		
综合评价模型之加权灰色关联分析 3 小时	加权灰色关联分析原理及编程实现	1. 数学：信息熵的原理、对数函数、矩阵计算	完成加权灰色关联分析论文撰写
	加权灰色关联分析案例——供应商选择	2. 技术：编写加权灰色关联分析法代码	
简单预测模型之 BP 神经网络 5 小时	BP 神经网络原理	1. 数学：链式求导法则、激活函数选取、MSE 计算、随机梯度下降算法原理	会编程实现 BP 神经网络代码，特别注意参数设置与调整，并完成论文撰写
	BP 神经网络编程实现（手推公式案例：根据身高体重预测性别）	2. 技术：编程实现 BP 神经网络代码 3. 工程：利用神经网络模型设计预测类 App	
	BP 神经网络案例——汽油样品红外光谱及其辛烷值含量测定及预测		
实践探究与论文撰写 4 小时	选择本课程提供的两个题目二选一或者自选研究方向运用所学数学模型完成论文撰写	1. 科学与技术：选取合适的数学模型并求解 2. 艺术：论文排版与美化	符合学术论文撰写规范，必要时需要英文撰写

最后，引入“分析产业对 GDP 的影响程度”和“评价河流水质情况”两个案例进行分析建模。有能力的学生可完成评价河流水质情况相关 App 开发。创新任务为学生自主编写灰色关联分析代码、撰写灰色关联分析论文。

第四单元为“综合评价模型之加权灰色关联分析”。本单元在灰色关联分析法的基础上增加了对组合权重值的计算学习。可用第二单元所讲的层次分析法进行权重计算，或者采用熵值法进行权重计算。教师再引入“供应商选择”案例，让学生进行数学建模分析和写作。创新任务为学生编写加权灰色关联分析法代码、撰写加权灰色关联分析论文。

第五单元为“简单预测模型之 BP 神经网络”。教师首先进行高中数学函数、导数、微积分等知识讲解。其次，选用“根据身高和体重预测性别”的简单案例进行手动推算公式，从而让学生理解 BP 神经网络的原理。最后，选用“汽油样品红外光谱及其辛烷值含量测定及预测”案例，基于 MATLAB 软件对其原理和代码编程实现进行讲解。有兴趣的学生可选择完成利用 BP 神经网络模型设计开发预测类 App。创新任务为学生完成该单元内容相关的论文写作。

第六单元为“实践探究与论文撰写”。教师会给出两个数学建模竞赛题目，分别为“网络新闻可信度测评(IMMC2019 秋季赛，B 题)”和“过山车(HIMCM2018，A 题)”。学生可从中选择一个题目，也可自拟题目，选用前五个单元所学数学模型撰写论文。本单元同时会涉及数学建模类论文写作格式与要求。

本课程的六个单元虽然主题独立，各有自己的教学重点、难点，但相关理论模型数学知识和任务要求却循序渐进。每个单元均包含 2 个或 3 个学习任务 and 1 个创新任务。其中，创新任务只要求拔尖组参加数学建模竞赛的学生完成。每个单元的教学时间为 3~6 小时。

（三）目标确立

本课程根据喻平^[4]提出的数学核心素养框架，将学生的学习表现分为知识理解、知识迁移和知识创新三种形态，并以此确定课程目标。各目标相互联系，层层递进。

知识理解：知道根据实际问题搜集资料的方法；掌握数学建模模型要素，学会根据问题选择简单数学模型进行数据分析；掌握数学建模中所涉及的编程环境或语言（MATLAB、Python、C++等），能够理解数学模型相关公式或代码；掌握数学建模类研究报告以及数学建模类研究论文框架。

知识迁移：会从所搜集资料中提炼出重要内容，能结合搜集所得资料分析问题；会将生活中的实际问题转化成数学模型，会对较复杂数学模型进行数据分析；能够自行改写数学模型相关代码进行数据计算；能通过团队合作探究问题、搜集资料，完成数学建模类研究报告和论文的撰写；能根据撰写的数学建模论文完成答辩。

知识创新：能够对所搜集资料提炼出要点，转化为文本形式进行写作；从现实中抽象出简单数学模型后，能在此基础上自主改进或者设计较为高效的数学模型；能够自己设计算法完成数学模型计算；能从多角度分析问题，对研究论文进行优化；有创造力地完成课程中的拓展任务，进行知识的迁移与创新。

二、实施

（一）模式构建

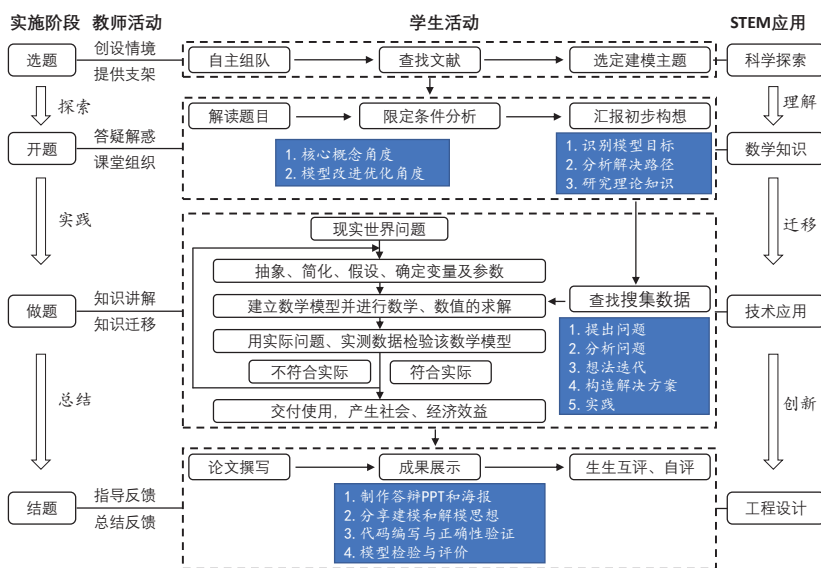
撰写研究论文为本课程的主线，单元创新任务和课程结题实践任务均需要完成研究论文撰写。论文撰写该如何实施呢？本课程设计了四阶段教学模式，涉及选题、开题、做题和结题四个实施阶段（如图2），分别对应

STEM中的科学探究、数学知识、技术应用和工程设计四个方向。

在课程实施过程中，教师根据课程特点、探究活动任务的难易程度以及学生探究活动任务完成的情况，适当调整课程实施策略。具体为：（1）从学生出发构建课程结构体系。教师在设计课程的时候，从学生出发建构课程内容和体系，符合学生的认知特点。（2）充分发挥学生主体性。教师通过设置各类活动充分发挥学生主体性。具体包括上台展示与汇报、以老带新、结对互助等方式。（3）为学生创造优质的学习环境。为了保证学生的学习效果，学校为学生提供了最优质的机房，保证学生的研究顺利进行。（4）强化学生的学习成果和内在动机。教师为学生提供多种展示平台，鼓励学生将论文成果参赛和发表，激发学生内在学习动机。

（二）数学建模 STEM 案例

王巍和袁磊认为，基于项目式的STEM课程设计应该遵循两个原则：选题需要来自真实世界并且作用于真实世界；教师需要围绕核心概念和关键技能设计项目主题^[5]。数学模型抽象能力是学生数学建模学习过程中的核心要点和难点。



注：蓝色方框内容为学活动中需要重点关注的内容。

图2 数学建模研究性学习四阶段教学模式

那么,该如何培养学生从真实情境中抽象出数学模型的能力呢?为解决这个问题,基于上述两个原则,教师以学生项目研究论文作品“初中生‘双减’政策满意度影响因素量化分析”为例进行分析阐述。该项目任务来自课程第六单元“实践探究与论文撰写”中的子任务“自选研究方向利用所学数学模型完成论文撰写”。具体的四阶段教学模式实施步骤如下文所示。

第一步:选题阶段。学生自主组队交流,以2~4人为一组完成任务分工表,涉及文献资料查找、数据分析、论文写作、模型建立求解和代码编写等任务。针对本选题,学生任务单如下:前人关于“双减”的研究现状如何,有何优势和不足,能否从中获得研究突破点;如何界定“满意度”的概念;影响“双减”满意度的因素有哪些;因素选取有何理论或事实证据;数据获取途径有哪些;如果用到问卷,问卷如何设计;数据质量不高该如何处理;量化满意度的数学模型有哪些;如何选取或设计改进模型进行数据分析;大概可以得到哪些结论;所得结论和现有文献有何异同点。值得注意的是,教师只需在学生思维阻塞时给予简单引导,以促进思维发散,切忌在思路上过多干预。

第二步:开题阶段。首先,通过深入解读“双减”、满意度和量化分析三个关键词,学生初步确定研究内容:基于文献或访谈等证据选取相关因素;建模筛选关键因素;选取模型分析量化各因素间的内在联系;抽象数学模型并计算获得真实满意度;结论对改善现状的启示。其次为具体模型操作层面,学生需思考如何抽象出相关数学模型。通过查阅文献,量化分析常用数学模型为因子分析、灰色关联分析、结构方程模型、BP神经网络和多元回归分析等,那该采用哪些模型进行分析呢?关于此部分,教师可以适当引导学生从多种角度出发,譬如因素间关联强度、相关核心概念、模型组合改进等,从不同角度分析可能会得到不同模型抽象方式。实际操作中,从核心概念角度:部分小组选择从“满意度”概念的

视角出发;由于满意度是一个比较灰色的概念,因此最终选定使用灰色关联分析模型进行量化研究。从模型组合改进角度:部分小组综合多元回归、层次分析法等模型分析结果,对比分析不同模型所得结论;也有采用通过修改模型中参数的方式,对熵权法、因子分析法、灰色关联分析、TOPSIS等模型进行组合优化,从该角度也可得到一些有趣的结论。至此,学生已完成从真实世界中抽象数学模型的步骤。

第三步:做题阶段。虽然开题阶段已经初步抽象出数学模型,但是在解答模型过程中出现实测数据与解模所得结论相违背,学生需重新建模解模,直到实测数据与真实情境相符合为止。具体操作层面,教师可引导学生重新回到开题环节,从因素选取、数据来源、模型建立、模型分析等角度查找问题症结。在此过程中,小组成员间思维迭代流程将循环经历5个阶段:提出问题、分析问题、想法迭代、构造解决方案和实践。比如针对如何筛选“双减”满意度影响因素这一子问题,该选择哪些因素进行分析建模呢?针对该细节,学生首先需要从文献、师生访谈等事实依据出发,通过小组头脑风暴激发想法。其次,罗列出小组成员从各种途径查到的因素,采用情绪化思维促进积极的想法。第三,通过不断的想法迭代,历经小组讨论结合真实数据支撑,选择保留和剔除因素,循环该操作直到小组成员意见达到统一为止。最后,通过批判性思维巩固想法,获得最终的因素。

第四步:结题阶段。首先,学生需要完成论文撰写。在获得过程性资料后,最后一步为小组分工协作,完成论文撰写各自分工任务。论文撰写需要满足学术规范,形成20~30页的结题报告。其次,分小组进行成果展示。展示过程中需要制作PPT,重点讲述建模和解模的思想,代码正确性以及模型验证等三部分。最后,师生进行评价。需要完成自评、互评、小组评价以及教师评价等四部分。涉及学生选题意义、研究过程中用到的学科知识、数学方法、技术方法以及答辩

表现等内容。

三、成效

共计 41 名学生选修了本课程。为探究学生学习效果,教师参考翁欣钰^[6]和彭迪^[7]的 STEM 和数学建模相关量表,设计了前后测学习效果测试问卷,并向选修课学生发放纸质问卷。问卷回收率和有效率为 100%。分析结果如表 2 所示。

表 2 前后测配对样本 t 检验

维度	组别	人数	均值	标准差	t	df	Sig. (双尾)
数学建模 兴趣	前测	41	3.837	0.334	-2.993	40	0.005
	后测	41	4.081	0.446			
数学建模 知识	前测	41	3.171	0.723	-6.433	40	0.000
	后测	41	4.073	0.486			
数学建模 能力	前测	41	3.293	0.739	-6.433	40	0.000
	后测	41	4.195	0.477			
STEM 技能	前测	41	3.081	0.694	-6.269	40	0.000
	后测	41	3.911	0.472			
STEM 态度	前测	41	2.927	0.652	-8.250	40	0.000
	后测	41	4.008	0.480			
STEM 价值	前测	41	3.130	0.737	-6.108	40	0.000
	后测	41	4.041	0.501			

由表 2 可知,STEM 态度前后差值为 1.081,提升最为明显,数学建模能力值为 4.195,均值最高。说明学生的 STEM 态度和建模能力得到了良好的发展。STEM 技能值为 3.911,均值最低,学生在此方面还有一定的提升空间,应引起教师特别重视。在后期的教学中,需要重点关注学生项目内容转化、跨学科理论知识整合和运用等能力培养。总的来说,六个维度的 Sig 值均低于 0.05,存在显著差异;后测均值在 4 以上,这说明大部分学生的 STEM 和数学建模素养均有所提升,达到了预期的课程目标和教学效果。

四、结语

本研究进行了基于 STEM 的高中数学建模

类研究性学习课程设计与实践。通过分析学生知识基础、学习风格等特征确定了教学方法和课程目标。以三类数学模型为基础构建课程体系,利用实践任务和创新任务帮助学生培养数学建模兴趣、理解数学建模知识和提升抽象构建数学模型能力,并提出了数学建模研究性学习四阶段教学模式,以真实建模研究论文撰写案例“初中生‘双减’政策满意度影响因素量化分析”为例阐述具体实施流程。实践证明,本课程的实施促进了学生 STEM、数学建模素养的发展,达到了预期的教学目标,对于高中阶段开设数学建模课程有一定的参考价值。

注:本文系北京师范大学未来教育高精尖创新中心和北京师范大学科学教育研究院联合主办的第七届 STEM+ 创新教育学术交流研讨会最佳课程获奖作品。

参考文献

- [1] 吴华,刘俊含.STEM 与高中数学建模相融合的教学设计[J].中国现代教育装备,2021(2):42-44.
- [2] 李芒,易长秋.STEM 教育的困境与审思[J].中国远程教育,2022(9):27-33.
- [3] 中华人民共和国教育部.普通高中数学课程标准:2017 年版[S].北京:人民教育出版社,2018.
- [4] 喻平.数学核心素养评价的一个框架[J].数学教育学报,2017(2):19-23.
- [5] 王巍,袁磊.幼小衔接阶段基于项目的 STEAM 课程教学模式研究[J].现代远程教育,2018(3):51-58.
- [6] 翁欣钰.STEM 教育理念下高中数学建模素养的培养研究[D].南昌:江西师范大学,2022.
- [7] 彭迪.基于项目式学习的 STEM 课例教学模式研究[D].青岛:青岛大学,2021.

(作者系四川省成都市航天中学校科创教师)

责任编辑:牟艳娜